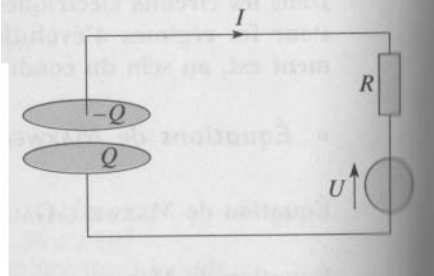


TD SOUTIEN ELECTROMAGNETISME L2

EXERCICE 1

Le condensateur du circuit électrique représenté ci-contre est constitué de deux disques métalliques, d'axe (Oz) et de rayon a , distants de e . Le système fonctionne dans le cadre de l'A.R.Q.P. et on négligera tout effet de bord.

1) Quelles sont les valeurs des champs électrique et magnétique à l'intérieur du condensateur ?



2) En comparant les ordres de grandeur des termes électrique et magnétique de l'énergie volumique, indiquer valeur de l'énergie électromagnétique stockée par le condensateur.

3) Calculer le vecteur de POYNTING associé, puis le flux d'énergie électromagnétique à travers les « parois » condensateur, constituées par le cylindre d'axe (O z), de rayon a et de hauteur e . À quelle grandeur ce flux est-il égal ?

4) Vérifier sur cet exemple l'écriture du théorème de POYNTING.

EXERCICE 2 : Énergie magnétique stockée dans une bobine

Une bobine, de longueur l , de rayon a et d'axe (Oz), est constituée par un enroulement de n spires circulaires-jointives par unité de longueur. On utilisera pour l'étude qui suit l'approximation du solénoïde infini pour décrire cette bobine et l'on se placera dans le cadre de l'A.R.P.Q.

1) Quel est, dans ces conditions, le champ magnétique engendré par la bobine lorsqu'elle est parcourue par le courant I ?

2) Quelle est l'énergie magnétique E_m associée à la bobine ? Quelle valeur du coefficient d'induction L de la bobine peut-on en déduire ?

A.N. : $I=1A$, $l=10cm$, $a=10cm$, $n=5000m^{-1}$ (cette valeur élevée peut être obtenue par superposition d'enroulements : le modèle du solénoïde à une couche d'enroulement est alors simpliste, mais les ordres grandeur sont tout de même convenables).

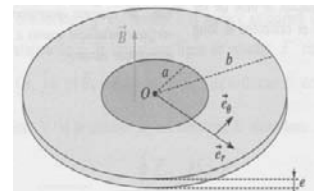
3) La bobine est mise en charge par un générateur force électromotrice e , de résistance interne R grande rapport à celle de l'enroulement. Quelle est la loi d'évolution du courant dans le circuit, fermé à l'instant $t=0$?

4) Calculer les champs magnétique et électrique engendrés par la bobine à l'instant t en tout point.

EXERCICE 3 : Courants de FOUCAULT dans un disque

Un disque conducteur mince d'axe (O z), de rayon b et d'épaisseur e , est plongé dans un champ magnétique uniforme $B(t) = B_m \cos \omega t \vec{e}_z$ localisé dans un cylindre de rayon $a=b$ et nul ailleurs.

On convient de négliger le champ $\vec{B}_{\text{induit}}$ créé par le courant induit.



1) Quelle est la forme des lignes de courant ?

2) Calculer le vecteur densité de courant en tout point du disque.

3) Déterminer la puissance moyenne dissipée dans le disque. Faire le calcul pour un disque de cuivre ($\gamma = 6 \cdot 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$) de 2 mm d'épaisseur, de rayon $a = 2 \text{ cm}$ entièrement plongé ($a = b$)

dans un champ de valeur maximal, $B_m = 0,1$ T vibrant à 50 Hz.

4) Calculer le champ B_{induit} créé au centre par la distribution de courants induits, puis discuter la pertinence de l'hypothèse initiale.

EXERCICE IV : Effet de peau

Un conducteur linéaire, de conductivité γ , occupe le demi-espace défini par $z < 0$. On étudie dans ce matériau les conséquences d'un courant sinusoïdal de densité de courant $\vec{j} = J(z)\cos\omega t \vec{u}_x$. On pourra utiliser la notation complexe (on note $\underline{E}$ le complexe associé au champ réel E).

- 1) Donner l'expression de $\vec{E}$.
- 2) On se place dans l'ARQS. À partir des équations de Maxwell, montrer que :
 - a) $\vec{B}$ est porté par $\vec{u}_y$.
 - b) $\vec{B}$ ne dépend que de z et de t .
- 3) Déterminer $\vec{B}(z, t)$.
- 4) Établir l'équation différentielle vérifiée par $J(z)$ ainsi que celle vérifiée par $\underline{E}(z)$ et $\underline{B}(z)$.
- 5) Déterminer les solutions de l'équation caractéristique de l'équation différentielle précédente et mettre en évidence une longueur caractéristique de la variation spatiale des grandeurs j , E et B .
- 6) Déterminer la loi $\vec{j}(z, t)$ et interpréter le résultat en particulier en étudiant la variation de J avec la distance au plan Oxy à un instant donné.

IV Structure d'une OPPS - Application.

L'espace étant rapporté à un trièdre orthonormé direct $Oxyz$, une OPPS se propage dans le vide, dans la direction $\vec{e}_u$ de cosinus directeurs $\alpha\beta\gamma$.

- 1- Donner les expressions de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ en notation complexe on adopte la convention
$$e^{(-j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}))}$$

- 2- Montrer que

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{E} &= j \vec{k} \cdot \vec{E} \\ \text{rot } \vec{E} &= j \vec{k} \wedge \vec{E} \\ \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= -j \omega \vec{E} \end{aligned}$$

et trois relations analogues pour $\vec{B}$

- 3- En utilisant les équations de Maxwell, déterminer la structure de l'onde plane dans le vide et déterminer le rapport E/B .
- 4- Posant $\vec{k} = k \vec{e}_z$, représenter sur une figure claire l'évolution spatiale (à t donné) des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans le cas d'une polarisation rectiligne et circulaire.
- 5- Application : Une OPPS, polarisée rectilignement, se propage dans le vide, dans la direction Ou du plan Oxy faisant avec Ox l'angle $(Ox, Ou) = \theta$. Le champ électrique est parallèle à oz .
Ecrire les composantes du vecteur d'onde $\vec{k}$, puis celle du champ électrique $\vec{E}(M, t)$, et du champ magnétique $\vec{B}(M, t)$.