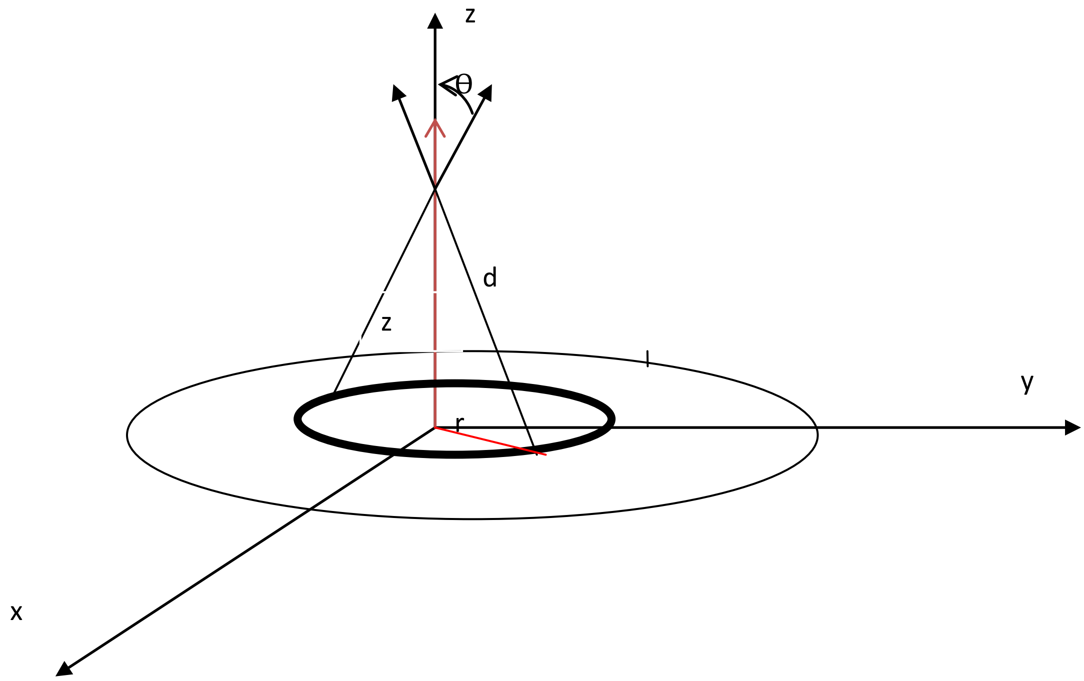
En considérant les plans de symétries de la distribution on constate que tout plan contenant oz est plan de symétrie de la distribution de charge électrique : en effet deux éléments de surfaces symétriques par rapport à un plan vertical passant par Oz(y0z par exemple) porte la même charge dq = σ dS donc les charges en ces points ont la même valeur. On peut don écrire pour ce cas que q(x,y)=q(-x,y) (propriété de la symétrie). Donc Y0z est plan de symétrie, on peut faire le même raisonnement pour le plan xoz . Comme le champ électrique appartient au plan de symétrie alors il appartient à la fois à x0z et y0z donc à leur intersection qui est Oz. On cherche le champ sur l'axe 0z donc ce champ ne dépend Tapez une équation ici.que de z. Enfin σ est positif donc pour z>0 le champ sera dirigé vers le haut et pour z<0 vers le bas



Le champ sera vertical dirigé selon oz pour z>0

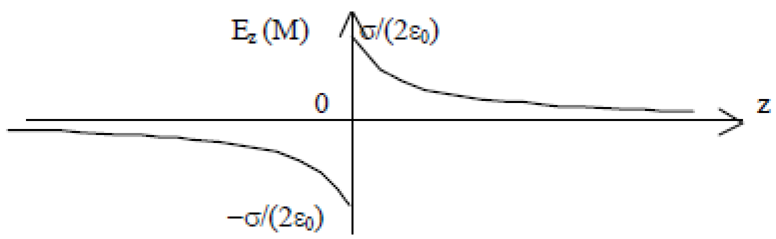
$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon o}\frac{\sigma \times 2\pi r \times \ dr}{d^2}cos\theta$$

$$dE = \frac{1}{2\varepsilon o}\frac{\sigma \times r\ dr}{d^2}cos\theta$$

$$cos\theta = \frac{z}{d}$$ et $d^2=z^2+r^2$

$$dE = \frac{1}{2\varepsilon o}\frac{\sigma \times z \times r\ dr}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon o}(1 - \frac{z}{\sqrt{(R^2+z^2)}}$$



Pour le potentiel on sait que pour un élément de surface portant la charge dq= $\sigma 2\pi r dr$ l'expression du potentiel est :

$$dV = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon 0}\frac{2\pi r dr}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

L'intégration de 0 à R donne :

$$V = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon 0}\int_0^R \frac{2\pi r dr}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon 0}\left[\sqrt{r^2+z^2}\right]_0^R$$

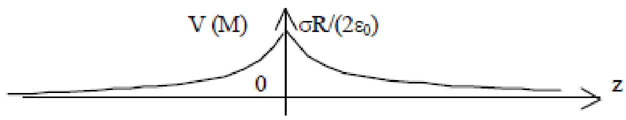
Donc

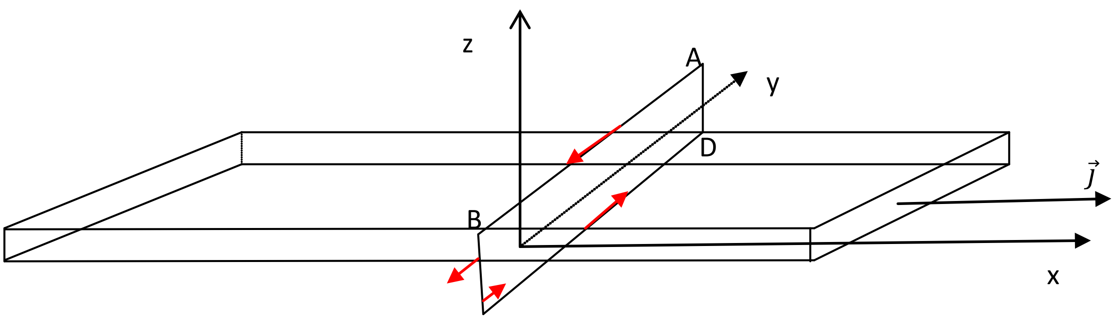
$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon 0}\left(\sqrt{R^2+z^2}-z\right)$$

Exercice 6.

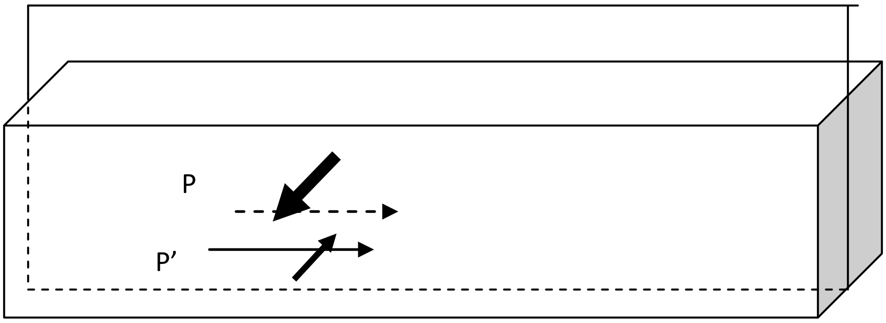
$V(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon 0}(\sqrt{z^2+R^2}-z)$ pour $z > 0$, avec $V_{axe}(-z) = V_{axe}(z)$:

Pour $\sigma > 0$:





MIROIR ANTIMIROIR



- Conséquence :

Si M appartient au plan de symétrie Π, alors:

$M' = M$

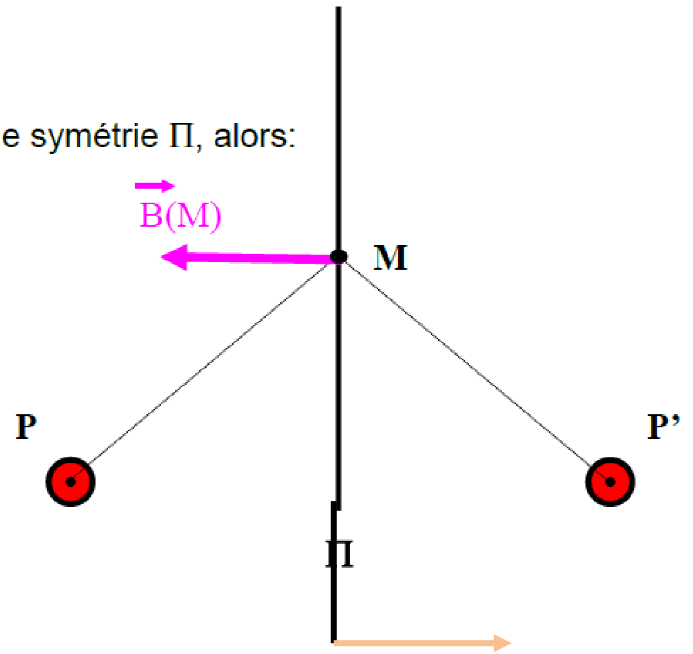
$\overrightarrow{B}_{//}(M) = -\overrightarrow{B}_{//}(M)$

ce qui implique :

$\overrightarrow{B}_{//}(M) = \overrightarrow{0}$

On en déduit :

$\overrightarrow{B}(M) \perp \Pi$



Le champ magnétique est ***perpendiculaire*** au plan de symétrie Π.

Le plan est infini, le plan zox est un plan de symétrie, le champ magnétique est perpendiculaire à zox dirigé comme oy avec un sens opposé au vecteur unitaire $\overrightarrow{ey}$ (régle du bonhomme d’Ampère) pour z>0 et de sens contraire pour z<0. Dans le plan xoy le champ est nul. Ce plan serait un plan de symétrie mais B=0.B ne dépend que de z (plan xoy infini) $= B(z)\overrightarrow{ey}$

On examine le cas ou –e/2<z<e/2 :

<u>Raisonnement avec le théorème d’Ampère :</u> voir le contour choisi sur le dessin :

Sur ce contour(C) situé à l’extérieur du plan B est constant et est dirigé selon$-\overrightarrow{ey}$sur la partie AB sur les parties BC et DA le champ est perpendiculaire au déplacement(circulation nulle) enfin sur la partie CD le champ est dirigé selon $\overrightarrow{ey}$

la circulation de B est calculée sur ce contour il vient :

$$\oint_C \vec{B}\overrightarrow{dl} = B \times 2AB = \mu o I = \mu o j \times AB \times e$$

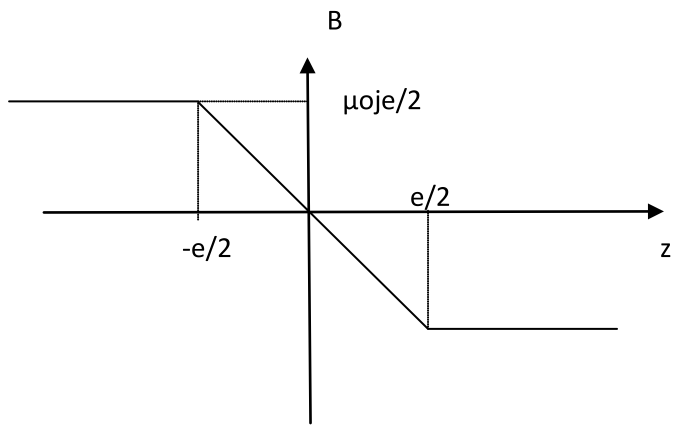
D’où

$$B = \mu o j \frac{e}{2}$$

On peut faire le même raisonnement sur un contour à l'intérieur du plan : cette fois le courant enlacé dépend de la hauteur 2z du contour :

$$B \times 2AB = \mu o j \times AB \times 2z$$

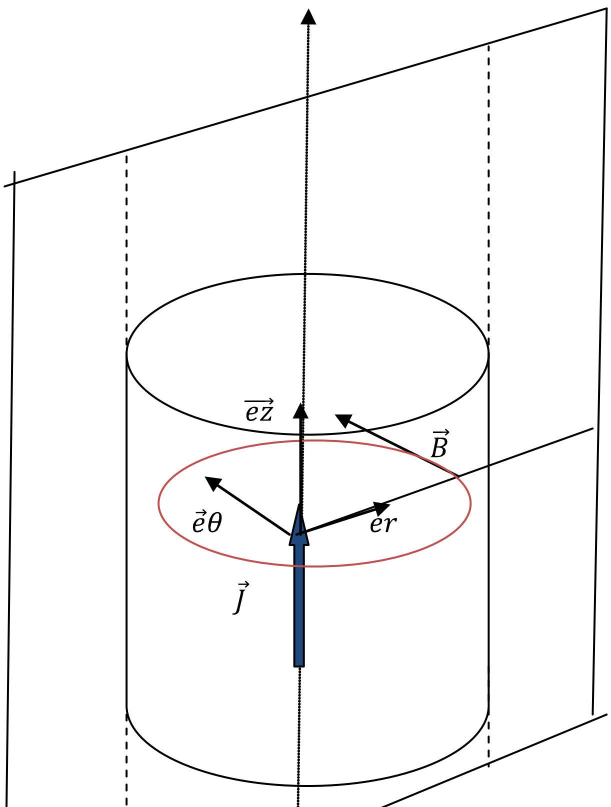
$$B = \mu o j z$$



Si e tend vers 0 la densité volumique tend vers une densité surfacique j_s=je et

$$B = \pm \mu o \frac{j_s}{2}$$

Exercice 2



Le plan $\overrightarrow{ez}\ \overrightarrow{er}$ est un plan de symétrie donc B est perpendiculaire à ce plan. Tout les plans de ce type sont plans de symétrie donc B est sur un cercle dont le centre appartient à l'axe de rotation. Il ya invariance selon z et θ. En Définitive $\vec{B} = B(r)\vec{e}\theta$

Soit I l'intensité du courant correspondant à J . On a pour toute la surface du conducteur :

$J = \frac{I}{\pi R^2}$

En applicant le théorème d'Ampère sur un contour circulaire de rayon r on obtient :

Pour r<R :

$$2\pi r B = \mu o\, J \times \pi r^2$$

D'où

$$B = \frac{\mu o\, J}{2} r$$

ou

$$B = \frac{\mu o\, I}{2\pi R^2} r$$

De même à l'extérieur pour r>R

$$2\pi r B = \mu o\, J \times \pi R^2$$

$B = \frac{\mu o\, I}{2\pi r}$ B