Moteur linéaire

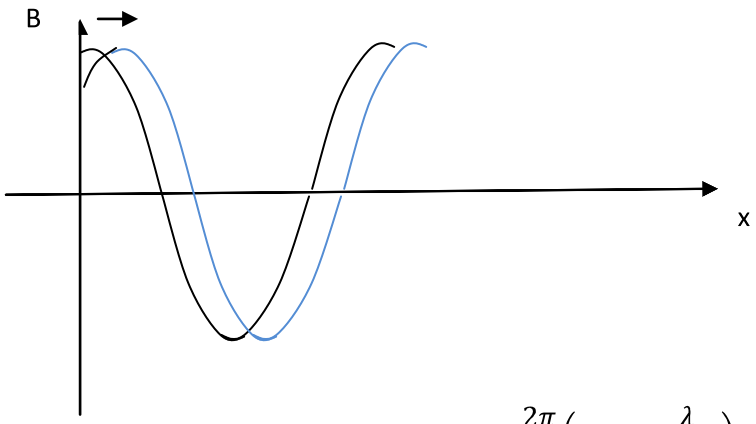
1-1

$$x = v \times t$$

$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = BoScos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega ot\right)$$

$$\Phi = \mathrm{Bo}Scos\left(\frac{2\pi vt}{\lambda} - \omega ot\right) = \Phi ocos\left(\frac{2\pi vt}{\lambda} - \omega ot\right) = \Phi ocos(\omega - \omega o)t$$

1-2



$$\mathrm{B} = \mathrm{Bo}cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(x - \omega o\frac{\lambda}{2\pi}t\right)$$

La vitesse de glissement du champ est $vo = \omega o\frac{\lambda}{2\pi}$

1-3 La F.E.M induite est donnée par la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \Phi o(\omega - \omega o)sin(\omega - \omega o)t$$

1-4

La FEM est sinusoïdale de pulsation ωr , le courant induit sera également sinusoïdal de même pulsation , on peut utiliser les notations complexes pour trouver l'expression de i ☹ nous garderons dans l'écriture la valeur maximale et non la valeur efficace)

$$\underline{I} = \frac{\Phi o\omega r}{R + jL\omega r}$$

Soit en repassant en régime instantané :

$i = \frac{|\omega r|\Phi o}{\sqrt{(R^2+L^2\omega^2 r)}}\sin\left(\omega rt - atan\left(\frac{L\omega r}{R}\right)\right)$ ωr>0

ou

$i = \frac{|\omega r|\Phi o}{\sqrt{(R^2+L^2\omega^2 r)}}\sin\left(\omega rt - atan\left(\frac{L\omega r}{R}\right) + \pi\right)$ si ωr<0

2) la force électromagnétique effectue un travail lorsque le cadre se déplace de dx (F edx sont colinéaires)

$$dW = Fdx = id\phi$$

On en déduit que

$$F = i\frac{d\Phi}{dx}$$

Calculons la dérivée du flux par rapport à x :

$$\frac{d\Phi}{dx} = \Phi o\frac{2\pi}{\lambda}sin(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega ot)$$

Soit une force :

$$F = sign(\omega r)\frac{|\omega r|\Phi\text{o}}{\sqrt{(R^2 + L^2\omega^2 r)}}\sin\left(\omega rt - \operatorname{atan}\left(\frac{L\omega r}{R}\right)\right) \times \Phi o\frac{2\pi}{\lambda}sin(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega ot)$$

Soit

$$\varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{L\omega r}{R}\right)$$

$$F = sign(\omega r)\frac{|\omega r|\Phi^2\text{o} \times \frac{2\pi}{\lambda}}{\sqrt{(R^2 + L^2\omega^2 r)}} \times \frac{1}{2}(-\cos(2\omega rt - \varphi) + cos\varphi)$$

La valeur moyenne de F est donc :

$$F = sign(\omega r)\frac{|\omega r|\Phi^2\text{o} \times \frac{2\pi}{\lambda}}{\sqrt{(R^2 + L^2\omega^2 r)}} \times \frac{1}{2}cos\varphi$$

Ou $cos\varphi$>0 si ωr>0 et $cos\varphi < 0$ si ωr<0

Donc

$$F = -\frac{\Phi^2\text{o} \times \frac{\pi}{\lambda} \times R\omega r}{(R^2 + L^2\omega^2 r)}$$

Cette fonction donne F=0 pour ωo=ω ce qui est logique car à cette condition le cadre et le champ vont à la même vitesse, la variation de flux devient nulle ainsi que les courants induits qui n’entraînent plus le cadre à la suite du champ glissant.

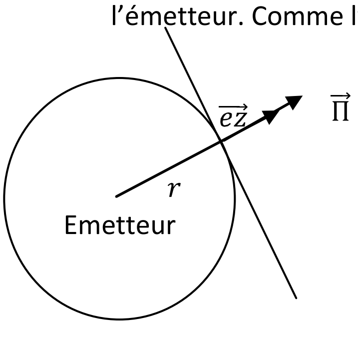
Si ω<ωo F>0 travail moteur dans l’autre cas F<0 travail résistant.

On pose x=w/wo

f=-(x-1)/(100+500*(x-1)2)

RECEPTION D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE

L'émetteur envoie l'onde de manière isotrope dans toutes les directions de l'espace la puissance électrique est totalement transformée en puissance électromagnétique. : a grande distance on considère que l'onde est plane que da direction de propagation est celle d'un rayon du cercle de centre l'émetteur, le plan d'onde est tangent à ce cercle. La moyenne du flux du vecteur de Poynting est égale à la puissance de l'émetteur. Comme l'onde est plane nous savons que les champs répondent à l'équation



$$\vec{B} = \vec{B}ocos\left(-\frac{2\pi z}{\lambda} + \omega t\right)$$

$$\vec{E} = \vec{E}ocos\left(-\frac{2\pi z}{\lambda} + \omega t\right)$$

Les deux champs sont dans le plan Perpendiculaire à $\vec{\Pi}$

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\overrightarrow{ez} \wedge \vec{E}}{c}$$

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu o} = \frac{\vec{E} \wedge \overrightarrow{ez}}{\mu o c} \wedge \vec{E} = \frac{E^2}{\mu o c} \overrightarrow{ez} = \frac{B^2 c}{\mu o} \overrightarrow{ez}$$

le vecteur surface et le vecteur de Poynting sont colinéaires en chaque point de la sphère de rayon r le flux du vecteur de Poynting à travers la sphère de rayon r sera

$\vec{\Pi}.\vec{S} = \frac{B^2 c}{\mu o} 4\pi r^2$

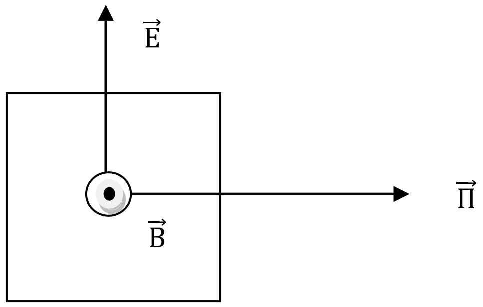
$$\langle \vec{\Pi}.\vec{S} \rangle = \langle \frac{B^2 c}{\mu o} 4\pi r^2 \rangle = \frac{4\pi r^2 c}{\mu o} \langle B^2 \rangle$$

Sa moyenne temporelle représente la puissance EM rayonnée d'où :

$$Pm = \frac{4\pi r^2 Bo^2 c}{2\mu o}$$

Dans le cadre il y a apparition d'une FEM induite d'après la loi de Faraday si le plan du cadre est perpendiculaire au champ magnétique de l'onde le flux sera maximal et e vaudra

$e = -N\frac{d\phi}{dt} = -NS\frac{dB}{dt} = NS\omega \sin(\omega t - kz)$



La valeur efficace de cette tension est :

$$Ueff = \frac{NS\omega Bo}{\sqrt{2}}$$

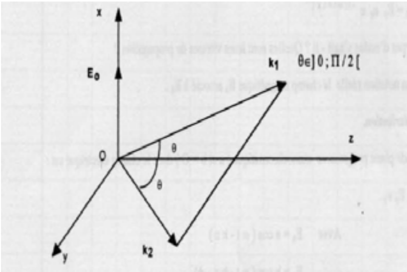
D'où en remplaçant Bo par :

$$Bo = \sqrt{\frac{2\mu o}{4\pi r^2 c} Pm}$$

$$Ueff = \frac{NS\omega}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2\mu o}{4\pi r^2 c} Pm}$$

L'application numérique donne Ueff=0,5mV

Composition de deux ondes se propageant dans deux directions différentes



Les expressions des champs électriques respectifs sont :

$$\underline{\vec{E}1} = Eo\ e^{i(\vec{k}1\vec{r}-\omega t)}\vec{e}x$$
$$\underline{\vec{E}2} = Eo\ e^{i(\vec{k}2\vec{r}-\omega t)}\vec{e}x$$

Avec :

$$\vec{k}1\vec{r} = -ksin\theta y + kcos\theta z$$

Et

$$\vec{k}2\vec{r} = ksin\theta y + kcos\theta z$$

Le champ résultant sera la somme des champs E1 et E2 :

$$\underline{\vec{E}} = Eo(\ e^{i(\vec{k}2\vec{r}-\omega t)} + e^{i(\vec{k}1\vec{r}-\omega t)})\vec{e}x$$

Soit

$$\underline{\vec{E}} = Eo(\ e^{i(ksin\theta y+kcos\theta z-\omega t)} + e^{i(-ksin\theta y+kcos\theta z-\omega t)})\overrightarrow{ex}$$

Ou

$$\underline{\vec{E}} = Eo(\ e^{i(kcos\theta z-\omega t)}\left(e^{iksin\theta y} + e^{-iksin\theta y}\right)\vec{e}x = Eo(\ e^{i(kcos\theta z-\omega t)}(2\cos(ksin\theta y))$$

La valeur réelle du champ électrique résultant sera donc :

$$\boldsymbol{\vec{E} = 2\cos(ksin\theta y)\ Eo\cos\ (kcos\theta z - \omega\ t)\vec{e}x}$$

L'onde n'est pas plane car l' amplitude du champ dépend de y et elle se propage selon z.

Le champ magnétique résultant est la somme des champs $\vec{B}1$ et $\vec{B}2$

Pour connaître ces champs magnétiques on utilise la relation de Maxwell Faraday : En notation complexe(ondes harmoniques)

$$\overrightarrow{rot}\ \underline{\vec{E}} = -\frac{\partial\underline{\vec{B}}}{\partial t}$$

$$\left|\begin{matrix}\frac{\partial}{\partial x}\\ \frac{\delta}{\delta y}\\ \frac{\partial}{\partial z}\end{matrix}\right. \wedge \left|\begin{matrix} Eo(\, e^{i(kcos\theta z-\omega t)}(2\cos(ksin\theta y)) \\ 0 \\ 0\end{matrix}\right. = \left\{\left|\begin{matrix} 0 \\ ikcos\theta Eo(\, e^{i(kcos\theta z-\omega t)}(2\cos(ksin\theta y)) = -\frac{\partial By}{\partial t} \\ ksin\theta Eo(\, e^{i(kcos\theta z-\omega t)}(2\sin(ksin\theta y)) = -\frac{\partial Bz}{\partial t}\end{matrix}\right.\right.$$

D’où

$$\underline{\vec{B}}\left|\begin{matrix} 0 \\ \frac{k}{\omega}cos\theta Eo(\, e^{i(kcos\theta z-\omega t)}(2\cos(ksin\theta y)) \\ \frac{k}{i\omega}sin\theta Eo(\, e^{i(kcos\theta z-\omega t)}(2\sin(ksin\theta y))\end{matrix}\right.$$

Réel

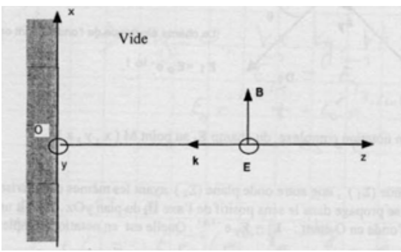
$$\underline{\vec{B}}\left|\begin{matrix} 0 \\ \frac{k}{\omega}cos\theta Eocos(kcos\theta z-\omega t)(2\cos(ksin\theta y)) \\ \frac{k}{\omega}sin\theta Eosin(kcos\theta z-\omega t)(2\sin(ksin\theta y))\end{matrix}\right.$$

$$\underline{\vec{B}}\left|\begin{matrix} 0 \\ \frac{Eo}{c}cos\theta(2\cos(ksin\theta y))cos(kcos\theta z-\omega t) \\ \frac{Eo}{c}sin\theta(2\sin(ksin\theta y))sin(kcos\theta z-\omega t)\end{matrix}\right.$$

Réflexion sur un miroir métallique

On suppose que le miroir est un conducteur idéal de conductivité infini donc le j E et B sont nuls à l’intérieur du métal

L’onde incidente et réfléchie se superpose en z=0



$$\underline{\vec{E}} = Eo\ e^{i(-\omega t-kz)}\vec{e}y$$
$$\underline{\vec{E}'} = E'o\ e^{i(-\omega t+kz)}\vec{e}y$$
$$\underline{\vec{E}}t = (E'o\ e^{i(-\omega t+kz)} + Eo\ e^{i(-\omega t-kz)})\vec{e}y$$

En z=0 E=0 donc E’o=-Eo

D’où

$$\underline{\vec{E}}t = Eo\ e^{i(-\omega t)}(\ e^{-(ikz)} + e^{(ikz)})\vec{e}y = -2iEosinkze^{i(-\omega t)}\vec{e}y$$

Le champ électrique a donc pour expression :

$$\vec{E}t = -2Eo \times sinkz \times sin\omega t \overrightarrow{\times ey}$$

Onde stationnaire.

Pour le champ magnétique on obtient avec l'équation de Maxwell Faraday

$$\overrightarrow{rot}\, \underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t}$$

$$\underline{\vec{E}} = Eo\ e^{i(-\omega t - kz)} \vec{e}y$$

$$\underline{\vec{E}}' = -Eo\ e^{i(-\omega t + kz)} \vec{e}y$$

$$\underline{\vec{B}} = \frac{Eo}{c} o\ e^{i(-\omega t - kz)} \vec{e}x$$

$$\underline{\vec{B}}' = \frac{Eo}{c}\ e^{i(-\omega t + kz)} \vec{e}x$$

Le champ résultant est donc :

$$\underline{\vec{B}}t = \frac{Eo}{c}\ (e^{i(-\omega t + kz)} + e^{i(-\omega t - kz)}) \vec{e}x$$

$$\underline{\vec{B}}t = \frac{Eo}{c}\ e^{i(-\omega t)} \left(e^{ikz} + e^{-ikz}\right) \vec{e}x = 2\frac{Eo}{c}\ e^{i(-\omega t)} coskz\ \vec{e}x$$

D'où

$$\vec{B}t = \ 2\frac{Eo}{c} coskzcos\omega t\ \vec{e}x$$

A la surface du miroir on sait que la composante tangentielle subit une discontinuité

$Bt_T - Btm_T = \mu ojs$, js est selon $\vec{e}$y

Comme Btm=0 alors en z=0

$$Bt = \mu ojs = 2\frac{Eo}{c} cos\omega t$$

$$\vec{j}s = 2\frac{Eo}{c\mu o}\ cos\omega t\ \vec{e}y$$